

2005 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（一）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

一、填空题：（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，本题共有 8 个空格，每一空格 5 分，共 40 分）

1. 函数 $y = \frac{\sin x}{x^2(x-1)} - e^x$ 的连续区间是 _____.

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x(x + \sqrt{x^2 - 4})} =$ _____.

3. (1) x 轴在空间中的直线方程是 _____.

(2) 过原点且与 x 轴垂直的平面方程是 _____.

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{-1}{(x-1)^2}}, & x > 1 \\ a, & x = 1 \\ bx + 1, & x < 1 \end{cases}$, 当 $a =$ _____, $b =$ _____ 时, 函数 $f(x)$ 在点 $x=1$

处连续.

5. 设参数方程 $\begin{cases} x = r^2 \cos 2\theta \\ y = r^3 \sin 2\theta \end{cases}$,

(1) 当 r 是常数, θ 是参数时, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(2) 当 θ 是常数, r 是参数时, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

二. 选择题. (本题共有 5 个小题, 每一小题 4 分, 共 20 分, 每个小题给出的选项中, 只有一项符合要求)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

6. 设函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续可导, $c \in (a, b)$, 且

$f'(c) = 0$, 则当 () 时, $f(x)$ 在 $x = c$ 处取得极大值.

- (A) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) > 0$,
- (B) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) < 0$,
- (C) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) > 0$,
- (D) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) < 0$.

7. 设函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 3h) - f(x_0 - 2h)}{h} = ()$.

- (A) $f'(x_0)$, (B) $3f'(x_0)$, (C) $4f'(x_0)$, (D) $5f'(x_0)$.

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{-x^2}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -e^{-x^2}, & x < 0 \end{cases}$, 则积分 $\int_{-1}^1 f(x) dx = ()$.

- (A) -1 , (B) 0 (C) $\frac{1}{e}$, (D) 2 .

9. 可微函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处有 $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ 是函数 $z = f(x, y)$ 在

点 (x_0, y_0) 取得极值的 () . **(超纲, 去掉)**

- (A) 充分条件, (B) 必要条件,
- (C) 充分必要条件, (D) 既非充分条件又非必要条件.

10. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 和级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 都发散, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 是 () .

- (A) 发散, (B) 条件收敛, (C) 绝对收敛, (D) 可能发散或者可能收敛.

三. 计算题: (计算题必须写出必要的计算过程, 只写答案的不给分, 本题共 10 个小题, 每小题 7 分, 共 70 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

11. 求函数 $y = (x^2 - x + 1)^x$ 的导数.

12. 求函数 $y = x^3 - 2x^2 + 1$ 在区间 $(-1, 2)$ 中的极大值, 极小值.

13. 求函数 $f(x) = x^2 e^x$ 的 n 阶导数 $\frac{d^n f}{dx^n}$.

14. 计算积分 $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$.

15. 计算积分 $\int \frac{1}{1 + e^{2x}} dx$.

16. 计算积分 $\int_0^1 (x^2 + x - 2)e^x dx$.

17. 设函数 $z = \cos(xy) + \sin(x + y)$, 求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. (超纲, 去掉)

18. 把函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并求出它的收敛区间.

19. 求二阶微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = x$ 的通解.

20. 设 a, b 是两个向量, 且 $|a| = 2, |b| = 3$, 求 $|a + 2b|^2 + |a - 2b|^2$ 的值, 其中 $|a|$ 表示向量 a 的模.

四. 综合题：（本题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

21. 计算积分 $\int_0^{\pi} \sin \frac{2n+1}{2} x \sin \frac{2m+1}{2} x dx$ ，其中 n, m 是整数.

22. 已知函数 $f(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ ，

其中常数 a, b, c, d 满足 $a + b + c + d = 0$ ，

(1) 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内至少有一个根，

(2) 当 $3b^2 < 8ac$ 时，证明函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内只有一个根.

2005 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（二）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

一、填空题：（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，本题共有 8 个空格，每一空格 5 分，共 40 分）

1. 函数 $y = \frac{\sin x}{x^2(x-1)} - e^x$ 的连续区间是 _____.

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x(x + \sqrt{x^2 - 4})} =$ _____.

3. 写出函数 $y = \frac{4}{x-2}$ 的水平渐近线 _____ 和

垂直渐近线 _____

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{-1}{(x-1)^2}}, & x > 1 \\ a, & x = 1 \\ bx + 1, & x < 1 \end{cases}$, 当 $a =$ _____, $b =$ _____ 时, 函数 $f(x)$ 在点 $x=1$

处连续.

5. 设参数方程 $\begin{cases} x = r^2 \cos 2\theta \\ y = r^3 \sin 2\theta \end{cases}$,

(1) 当 r 是常数, θ 是参数时, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(2) 当 θ 是常数, r 是参数时, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

二. 选择题. (本题共有 5 个小题, 每一小题 4 分, 共 20 分, 每个小题给出的选项中, 只有一项符合要求)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

6. 设函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续可导, $c \in (a, b)$, 且 $f'(c) = 0$, 则当 () 时, $f(x)$ 在 $x = c$ 处取得极大值.

- (A) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) > 0$,
- (B) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) < 0$,
- (C) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) > 0$,
- (D) 当 $a \leq x < c$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $c < x \leq b$ 时, $f'(x) < 0$.

7. 设函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处可导, 则

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 3h) - f(x_0 - 2h)}{h} = (\quad).$$

- (A) $f'(x_0)$, (B) $3f'(x_0)$, (C) $4f'(x_0)$, (D) $5f'(x_0)$.

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{-x^2}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -e^{-x^2}, & x < 0 \end{cases}$, 则积分 $\int_{-1}^1 f(x) dx = (\quad)$.

- (A) -1 , (B) 0 (C) $\frac{1}{e}$, (D) 2 .

9. 可微函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处有 $f'(x_0) = 0$ 是函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处取得极值的 ()。

- (A) 充分条件, (B) 必要条件,
- (C) 充分必要条件, (D) 既非充分又非必要条件.

10. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 和级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 都发散, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 是 ()。

- (A) 发散, (B) 条件收敛, (C) 绝对收敛, (D) 可能发散或者可能收敛.

三. 计算题: (计算题必须写出必要的计算过程, 只写答案的不给分, 本题共 10 个小题, 每小题 7 分, 共 70 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

11. 求函数 $y = (x^2 - x + 1)^x$ 的导数.

12. 求函数 $y = x^3 - 2x^2 + 1$ 在区间 $(-1, 2)$ 中的极大值, 极小值.

13. 求函数 $f(x) = x^2 e^x$ 的 3 阶导数 $\frac{d^3 f}{dx^3}$.

14. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e + (x-1)}{\sin(x-1)}$.

15. 计算积分 $\int \frac{1}{1+e^{2x}} dx$.

16. 计算积分 $\int_0^1 (x^2 + x - 2)e^x dx$.

17. 函数方程 $F(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$, 其中变量 y 是变量 x 的函数,
求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$

18. 把函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并求出它的收敛区间.

19. 求微分方程 $\cos x \frac{dy}{dx} + (\sin x)y = \sin x$ 的通解.

20. 直线 $x=1$ 把圆 $x^2 + y^2 = 4$ 分成左, 右两部分, 求右面部分绕 y 轴旋转一周所得的旋转体体积.

四. 综合题：（本题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

21. 设 n, m 是整数，计算积分 $\int_0^\pi \cos nx \cos mx dx$.

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

22. 已知函数 $f(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$,

其中常数 a, b, c, d , 满足 $a + b + c + d = 0$,

(1) 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内至少有一个根,

(2) 当 $3b^2 < 8ac$ 时, 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内只有一个根.

2006 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（一）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一、填空题：（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，
本题共有 8 个空格，每一空格 5 分，共 40 分）

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n + 5^n} =$ _____。

2. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{6x - x^2} - 8}{(x^2 - 2x - 3)(x - 5)}$ 的间断点是 _____。

3. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}), & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，则

$A =$ _____。

4. 设 $y = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+x^3)\cos x}{1+\sin^2 x} dx =$ _____。

6. 设 $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y) dy$ ，交换积分次序后

$I =$ _____。(超纲,去掉)

7. 已知 $z = \arctan(xy)$ ，则 $dz =$ _____。(超纲,去掉)

8. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = (2x+1)e^{x^2+x-y}$ 的通解 $y =$ _____。

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

二. 选择题. (本题共有 5 个小题, 每一小题 4 分, 共 20 分, 每个小题给出的选项中, 只有一项符合要求)

9. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 则函数

$f(x+\frac{1}{5})+f(x-\frac{1}{5})$ 的定义域是……………[]

- A. $[-\frac{1}{5}, \frac{4}{5}]$ B. $[\frac{1}{5}, \frac{6}{5}]$ C. $[\frac{1}{5}, \frac{4}{5}]$ D. $[0,1]$

10. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 不是等价无穷小量的是……………[]

- A. $\sin x - x^2$ B. $x - \sin^2 x$ C. $\tan x - x^3$ D. $\sin x - x$

11. 设 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, 其中 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 则下面结论中正确的是…[]

- A. $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & 0 \leq x \leq 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ B. $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

- C. $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ D. $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & 0 \leq x \leq 1 \\ x - \frac{2}{3}, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

12. 曲线 $y = x(x-1)(2-x)$, ($0 \leq x \leq 2$) 与 x 轴所围图形的面积可表示为 ……………[]

- A. $-\int_0^2 x(x-1)(2-x)dx$
 B. $\int_0^1 x(x-1)(2-x)dx - \int_1^2 x(x-1)(2-x)dx$
 C. $-\int_0^1 x(x-1)(2-x)dx + \int_1^2 x(x-1)(2-x)dx$
 D. $\int_0^2 x(x-1)(2-x)dx$

13. 设 \vec{a}, \vec{b} 为非零向量, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则必有 ……………[]

- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ B. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$
 C. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$

三. 计算题: (计算题必须写出必要的计算过程, 只写答案的不给分, 本题共 10 个小题, 每小题 7 分, 共 70 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

14. 计算 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+6} \right)^{\frac{x-1}{2}}$ 。

15. 设 $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

16. 设函数 $\begin{cases} x = e^{2t} \cos^2 t \\ y = e^{2t} \sin^2 t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

17. 计算不定积分 $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ 。

18. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ 。

19. 求微分方程 $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 2e^x$ 满足 $y|_{x=0} = 1, \frac{dy}{dx}|_{x=0} = 0$ 的特解。

20. 求过直线 $\begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ 2x - 3y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ ，且垂直于已知平面 $x + 2y + 3z - 5 = 0$ 的平面方程。

21. 将函数 $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 2)$ 展开成 x 的幂级数, 并指出收敛半径。

22. 计算 $I = \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 其中 D 由直线 $x = 2, y = x$ 和双曲线 $xy = 1$ 所围成的封闭图形。(超纲, 去掉)

23. 当 a 为何值时, 抛物线 $y = x^2$ 与三直线 $x = a, x = a + 1, y = 0$ 所围成的图形面积最小, 求将此图形绕 x 轴旋转一周所得到的几何体的体积。

四. 综合题：（本题共 3 个小题，共 20 分）

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

24. (本题 8 分) 设函数 $f(t)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 且 $f(x) < 1$,

证明方程 $2x - \int_0^x f(t)dt = 1$ 在 $(0,1)$ 内有且仅有一实根。

25. (本题 7 分) 证明: 若 $m > 0, n > 0, a > 0$, 则 $x^m(a-x)^n \leq \frac{m^m n^n}{(m+n)^{m+n}} a^{m+n}$ 。

26. (本题 5 分) 设 $f(x)$ 是连续函数, 求证: 积分 $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx = \frac{\pi}{4}$ 。

2006 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（二）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一、填空题：（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，
本题共有 8 个空格，每一空格 5 分，共 40 分）

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x + e^{-3ax} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在

$x = 0$ 连续，则 $a =$ _____.

2. 曲线 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 在 $t = 2$ 处的切线方程

为 _____.

3. 设函数 $y = (2x + 1)^{\sin x}$ ，则其导数为 _____.

4. $\int_{-2}^2 (1 + x \cos x) dx =$ _____.

5. 设 $y = \cos(\sin x)$ ，则 $dy =$ _____ dx .

6. 曲线 $y = \sqrt{\ln x}$ 与直线 $x = 1$ ， $x = 3$ 及 x 轴所围成的图形绕 x 轴旋转一周，
所得旋转体体积为 _____.

7. 微分方程 $y'' - 4y' + 5y = 0$ 的通解为 _____.

8. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3\alpha-1}}$ 收敛，则 α 的取值范围是 _____.

二. 选择题. (本题共有 5 个小题, 每一小题 4 分, 共 20 分, 每个小题给出的选项中, 只有一项符合要求)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} \arctan x = (\quad)$.

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $-\frac{\pi}{2}$ C. 1 D. 不存在

10. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin x$ 是比 x^2 的 () .

- A. 高阶无穷小 B. 等价无穷小
C. 同阶无穷小 D. 低阶无穷小

11. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{\sqrt{n+1}}$ 为 () .

- A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 无法判断

12. 曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = 1$ 所围成的图形的面积为 () .

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1

13. 广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x)^3} dx$ 为 () .

- A. -1 B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

三. 计算题: (计算题必须写出必要的计算过程, 只写答案的不给分, 本题共 10 个小题, 每小题 6 分, 共 60 分)

14. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \tan t dt}{x^2}$.

15. 计算函数 $y = x^2 \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ 的导数 y' .

16. 计算由隐函数 $e^y = x \ln y$ 确定的函数 $y = f(x)$ 的微分 dy .

17. 判别正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$ 的敛散性.

18. 计算不定积分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$

19. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^{2n}$ 的收敛半径与收敛区间.

20. 计算定积分 $\int_0^{\pi} x \sin^2 x dx$

21. 计算微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x(1+y^2)}{y(1+x^2)}$ 满足初始条件 $y(0) = 1$ 的特解.

22. 计算函数 $y = \sin(\ln x)$ 的二阶导数 y'' .

23. 将函数 $y = \ln x$ 展成 $(x-1)$ 的幂级数并指出收敛区间.

四. 综合题：（本题共 4 个小题，共 30 分）

24. [本题 7 分] 设 $0 < a < b$ ，证明不等式

$$a^{n-1} < \frac{b^n - a^n}{n(b-a)} < b^{n-1} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

25. [本题 7 分] 设函数 $f(x) = x^2 - \int_0^2 f(x) dx$ ，求 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值与最小值.

26. [本题 8 分] 设 $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, (α 为实数)

试问 α 在什么范围时,

(1) $f(x)$ 在点 $x = 0$ 连续;

(2) $f(x)$ 在点 $x = 0$ 可导.

27. [本题 8 分] 若函数 $f(x) = \int_0^x (x-t)f(t)dt + e^x$ ，求 $f(x)$.

2007 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（一）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一、填空题：（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，
本题共有 8 个空格，每题 5 分，共 40 分）

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. 函数 $y = \frac{1}{\lg(x-2)}$ 的定义域是 _____。
2. 设 $y = 5^{\sin^3 x}$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
3. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n \sqrt{1+x^2} dx =$ _____。
4. 积分 $\int \frac{\cot x}{1 + \sin x} dx =$ _____。
5. 设 $y = \frac{1}{1 + \sqrt{x}} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}}$ ，则 $y^{(5)} =$ _____。
6. 积分 $\int_0^\pi \sqrt{\sin^7 x - \sin^9 x} dx =$ _____。
7. 设 $u = \sin(2x - y) + e^{x+3y}$ ，则 $du =$ _____。(超纲,去掉)
8. 微分方程 $x dx + (x^2 y + y^3 + y) dy = 0$ 的通解 _____。

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|

二. 选择题：(本题共有 4 个小题，每一个小题 5 分，共 20 分，每个小题给出的选项中，只有一项符合要求)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

9. 设 $f(x) = \begin{cases} 3 + (x-1)\sin\left(\frac{1}{x-1}\right) & x < 1 \\ 3x^2 + 2\ln x & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $x=1$

是 $f(x)$ 的 ()

- A. 连续点, B. 跳跃间断点, C. 无穷间断点, D. 振荡间断点。

10. 下列结论中正确的是 ()

A. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在,

B. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1}}{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n} = 1$,

C. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = B$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{b_n} = A^B$,

D. 若数列 $\{a_{2n}\}$ 收敛, 且 $a_{2n} - a_{2n-1} \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$), 则数列 $\{a_n\}$ 收敛。

11. 设 $\alpha(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$, $\beta(x) = \int_0^{\sin x} (1+t)^{\frac{1}{t}} dt$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 的 ()

- (A) 高阶无穷小, (B) 等价无穷小,
(C) 同阶但非等价无穷小, (D) 低阶无穷小。

12. 已知函数 $\begin{cases} x = \frac{t}{\ln t} \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow e} \frac{dy}{dx} =$ ()

- (A) e^2 , (B) $\frac{1}{e^2}$, (C) $-e^2$, (D) $-\frac{1}{e^2}$ 。

三. 计算题: (计算题必须写出必要的计算过程, 只写出答案的不给分, 本题共 10 个小题, 每小题 7 分, 共 70 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

13. 设 $y = \ln \frac{\cos^2 x}{\sqrt{1 + \ln^4 x}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

14. 由方程 $\arctan \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ 所确定的 y 是 x 的函数, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

15. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$ 。

16. 计算积分 $\int e^{3 \sin x + 2} \cos x dx$ 。

17. 计算积分 $\int \frac{xe^x}{(1+e^x)^2} dx$ 。

18. 计算积分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{2x} (\tan x + 1)^2 dx$ 。

19. 求经过点 $(1,1,1)$ 且平行于直线 $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0 \\ x - 2y - 5z = 1 \end{cases}$ 的直线方程。

20. 计算积分 $\iint_D |y-x| dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq a^2$ 。 (超纲, 去掉)

21. 任给有理数 a , 函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \int_0^x f(a-t) dt + 1$, 求 $f(x)$

22. 将函数 $f(x) = \frac{x-1}{3-x}$ 在点 $x_0 = 1$ 处展开成幂级数, 并指出收敛区间 (端点不考虑)。

四. 综合题：（本题共 3 小题，共 20 分）

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

23. (本题 10 分) 设直线 $y = ax$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成

的图形的面积为 S_1 , 直线 $y = ax, x = 1$ 与抛物线 $y = x^2$

所围成的面积为 S_2 , 当 $a < 1$ 时, 试确定 a 的值, 使得 $S = S_1 + S_2$ 最小。

24. (本题 6 分) 证明: $\int_0^1 [\int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(y) dy] dx = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) f(x) dx$ (超纲, 去掉)

25. (本题 4 分) 当 $0 < x < \pi$ 时, 求证 $\sin \frac{x}{2} > \frac{x}{\pi}$ 。

2007 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（二）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一、填空题：(只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，
本题共有 8 个空格，每一空格 5 分，共 40 分)

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. 设 $y = 1 + \ln(x - 1)$ ，其反函数为_____.
2. 设 $y = \frac{\ln x}{x^2 - 3x + 2}$ ，函数 y 的可去间断点为_____.
3. 设 $y(x) = \sqrt{x}e^x$ ，则曲线 $y(x)$ 与直线 $x = 1$ 及 x 轴所围图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积为_____.
4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的必要条件为_____.
5. 确定曲线 $y = \frac{x^2}{x-1}$ 的垂直渐近线为_____，
斜渐近线为_____.
6. 广义积分 $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx =$ _____.
7. 对于 $y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = xe^x \sin x$ ，其特解可以假设为_____.
8. 微分方程 $x dx + (x^2 y + y^3 + y) dy = 0$ 的通解_____.

二、选择题：(本题共有 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分，每个小题给出的选项中，只有一项符合要求)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

9. 曲线 $y = \sqrt[3]{x} - 1$ 的拐点为 ()

- (A) $(0, -1)$ (B) $(1, 0)$ (C) $(-1, -2)$ (D) 无拐点

10. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1 - \cos x)^2$ 是 $\sin^2 x$ 的 ().

- (A) 同阶但不是等价无穷小 (B) 等价无穷小
(C) 高阶无穷小 (D) 低阶无穷小

11. 若 $f'(1) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1)}{\sin x} =$ ()

- (A) 2 (B) -2 (C) 1 (D) 0

12. 对于幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^p}$, 下列说法中正确的为 ()

- (A) 当 $p < 1$ 时, 发散 (B) 当 $p < 1$ 时, 条件收敛
(C) 当 $p > 1$ 时, 条件收敛 (D) 当 $p > 1$ 时, 绝对收敛

13. 若 $y = x \sin x$, $y = \sin x$ 分别为非齐次线性方程 $y'' + py' + qy = f(x)$ 的解, 则

$y = (x+1)\sin x$ 为下列方程中 () 的解:

- (A) $y'' + py' + qy = 0$ (B) $y'' + py' + qy = 2f(x)$
(C) $y'' + py' + qy = f(x)$ (D) $y'' + py' + qy = xf(x)$

三、计算题：（计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分，本题共 10 个小题，每小题 6 分，共 60 分）

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

14. 求曲线 $y = 2xe^x + 1$ 在点 $(0, 1)$ 的切线方程和法线方程.

15. $y = \sqrt{\frac{e^x}{x^2 + 1}}$, 求 $y'(x)$.

16. 求微分方程 $y'' + 2y' + 5y = 2e^x$ 的通解.

17. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $xy^2 - \int_0^y e^{-t^2} dt = 2$ 确定，求微分 dy .

18. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \cot x \right)$.

19. 确定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \sin n}{n!}$ 的收敛性.

20. 计算定积分 $\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$.

21. 确定幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{na^n} x^{n-1}$ 收敛半径及收敛域, 其中 a 为正常数.

22. 求 $\int \frac{x^2 - x + 3}{x(x^2 + 1)} dx$.

23. 求解微分方程 $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$.

四、综合题：(本题共 4 个小题，共 30 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

24.(本题 7 分) 将函数 $y = \arctan x$ 展开为泰勒级数.

25.(本题 7 分) 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} \right]$

26.(本题 8 分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\varphi(x) - \cos x}{x}, & x > 0 \\ e^x + a, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\varphi(x)$ 具有二阶导数, 且 $\varphi(0) = 1$,

$$\varphi'(0) = 0, \quad \varphi''(0) = 1,$$

(1) 确定 a 的值, 使 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续;

(2) 求 $f'(x)$.

27. (本题 8 分) 设 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 具有连续导数, 且满足方程 $x^2 f(x) - \int_1^x (1+t^2) f(t) dt = 1$,

求 $f(x)$.

2008 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（一）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一. 选择题（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. 函数 $f(x) = (x^2 + 1)\cos x$ 是 () .

- A. 奇函数
B. 偶函数
C. 有界函数
D. 周期函数

2. 设函数 $f(x) = |x|$ ，则函数在 $x = 0$ 处是 () .

- A. 可导但不连续
B. 不连续且不可导
C. 连续且可导
D. 连续但不可导

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上, $\frac{d^2 f}{dx^2} > 0$ ，则成立 () .

- A. $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1} > \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0} > f(1) - f(0)$
B. $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1} > f(0) - f(1) > \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0}$
C. $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1} > f(1) - f(0) > \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0}$
D. $f(1) - f(0) > \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0} > \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1}$

4. 方程 $z = x^2 + y^2$ 表示的二次曲面是 () . (超纲, 去掉)

- A. 椭球面
B. 柱面
C. 圆锥面
D. 抛物面

5. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, $f(a) = f(b)$ ，则在 (a, b) 内，曲线 $y = f(x)$ 上平行于 x 轴的切线 () .

- A. 至少有一条
B. 仅有一条
C. 不一定存在
D. 不存在

二. 填空题:(只须在横线上直接写出答案,不必写出计算过程, 每小題 4 分,共 40 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

6. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin \frac{x}{2} =$ _____

7. 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 可导, 且 $\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=1} = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{x} =$ _____.

8. 设函数 $f(2x) = \ln x$, 则 $\frac{df(x)}{dx} =$ _____.

9. 曲线 $y = x^3 - 3x^2 - x$ 的拐点坐标 _____.

10. 设 $\arctan x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$ _____.

11. $\frac{d}{dx} \int_x^2 f(t) dt =$ _____.

12. 定积分 $\int_{-\pi}^{\pi} (x^2 + x) dx =$ _____.

13. 设函数 $z = \cos(x^2 + y^2)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____ (超纲, 去掉)

14. 交换二次积分次序 $\int_0^1 dx \int_0^y f(x, y) dy =$ _____ (超纲, 去掉)

15. 设平面 Π 过点 $(1, 0, -1)$ 且与平面 $4x - y + 2z - 8 = 0$ 平行, 则平面 Π 的方程为 _____.

三.计算题:(每小题 6 分,共 60 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

16. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

17. 设函数 $f(x) = e^x$, $g(x) = \cos x$, 且 $y = f\left(\frac{dg}{dx}\right)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

18. 计算不定积分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$.

19. 计算广义积分 $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$.

20. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ x^4, & x < 0 \end{cases}$, 求 $\int_{-2}^1 f(x) dx$.

21. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 且满足 $f(x) = e^x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 求 $f(x)$.

22. 求微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^x$ 的通解.

23. 将函数 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数.

24. 设函数 $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$, 求函数 $f(x, y)$ 在 $x=0, y=2$ 的全微分. (超纲, 去掉)

25. 计算二重积分, $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 1$. (超纲, 去掉)

四.综合题:(本题共 30 分,其中第 1 题 12 分,第 2 题 12 分,第 3 题 6 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

26. 设平面图形由曲线 $y = e^x$ 及直线 $y = e, x = 0$ 所围成,

- (1) 求此平面图形的面积;
- (2) 求上述平面图形绕 x 轴旋转一周而得到的旋转体的体积.

27. 求函数 $y = x^3 - 3x^2 - 1$ 的单调区间、极值及曲线的凹凸区间.

28. 求证: 当 $x > 0$ 时, $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x < e$.

2008 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（二）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一. 选择题（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sec x - 1$ 是 $\frac{x^2}{2}$ 的 ().
 - A. 高阶无穷小
 - B. 低阶无穷小
 - C. 同阶但不是等价无穷小
 - D. 等价无穷小
2. 下列四个命题中成立的是 ().
 - A. 可积函数必是连续函数
 - B. 单调函数必是连续函数
 - C. 可导函数必是连续函数
 - D. 连续函数必是可导函数
3. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\frac{d}{dx} \int f(x) dx$ 等于 ().
 - A. $f(x) + C$
 - B. $f(x)$
 - C. $\frac{df(x)}{dx}$
 - D. $\frac{df(x)}{dx} + C$
4. 函数 $f(x) = x^3 \sin x$ 是 ().
 - A. 偶函数
 - B. 奇函数
 - C. 周期函数
 - D. 有界函数
5. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, $f(a) = f(b)$, 则在 (a, b) 内, 曲线 $y = f(x)$ 上平行于 x 轴的切线 ().
 - (A) 不存在
 - (B) 仅有一条
 - (C) 不一定存在
 - (D) 至少有一条

二.填空题:(只须在横线上直接写出答案,不必写出计算过程,每小题 4 分,共 40 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ a+x, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a = \underline{\quad}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(1-x)}{(x-1)^2(x+3)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设函数 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处可导, 且 $\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=1} = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设函数 $f(2x) = \ln x$, 则 $\frac{df(x)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 设 e^x 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\frac{d}{dx} \int_x^2 f(t) dt = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^2 + x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$ 的收敛半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三. 计算题:(每小题 6 分,共 60 分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{(a+x)(b+x)} - \sqrt{(a-x)(b-x)})$.

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

17. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n + 7^n}{(-5)^n + 7^n}$.

18. 设 $y = e^{\sin(ax+b)}$, 求 dy .

19. 设函数 $y = xe^x$, 求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}$.

20. 设 y 是由方程 $\sin(xy) - \frac{1}{y-x} = 1$ 所确定的函数, 求 (1). $y|_{x=0}$; (2). $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$.

21. 计算不定积分 $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$.

22. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 求定积分 $\int_0^2 f(x) dx$.

23. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t + e^{-t} - 2) dt}{1 - \cos x}$.

24. 求微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$ 的通解.

25. 将函数 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数.

四. 综合题: (每小题 10 分, 共 30 分)

26. 设平面图形由曲线 $y = e^x$ 及直线 $y = e, x = 0$ 所围成,

(1) 求此平面图形的面积;

(2) 求上述平面图形绕 x 轴旋转一周而得到的旋转体体积.

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

27. 求过曲线 $y = xe^{-x}$ 上极大值点和拐点的中点并垂直于 $x = 0$ 的直线方程。(注: 由使函数

取极大值的点 x_0 和函数的极大值 $f(x_0)$ 所构成的一对数组 $(x_0, f(x_0))$ 称为曲线 $y = f(x)$

上的极大值点).

28. 设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 证明它在点 x_0 处一定连续, 并举例说明其逆不真.

二. 填空题 (只须在横线上直接写出答案, 不必写出计算过程, 本题共有 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} =$ _____.

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ a + x, & x > 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____.

8. 设函数 $y = xe^x$, 则 $y''(0) =$ _____.

9. 函数 $y = \sin x - x$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最大值是 _____.

10. $\int \left(\sin \frac{\pi}{4} + 1 \right) dx =$ _____.

11. $\int_{-a}^a x [f(x) + f(-x)] dx =$ _____.

12. 设 $F(x) = \frac{x}{x-a} \int_a^x f(t) dt$, 其中 $f(t)$ 是连续函数, 则 $\lim_{x \rightarrow a^+} F(x) =$ _____.

13. 设 $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

14. 设 $z = (2x + y)^y$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(0,1)} =$ _____ (超纲, 去掉)

15. 设 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$, 则 $\iint_D dx dy =$ _____ (超纲, 去掉)

三. 计算题(本题共有 10 个小题, 每小题 6 分, 共 60 分)

16. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$.

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

17. 设函数 $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 求 dy .

18. 计算 $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$.

19. 设 $\begin{cases} x = \int_0^t \sin u^2 du \\ y = \cos t^2 \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

20. 计算 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$.

21. 设曲线 $y = f(x)$ 在原点与曲线 $y = \sin x$ 相切, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \sqrt{f\left(\frac{2}{n}\right)}$

22. 求微分方程 $y' \tan x + y = -3$ 满足初值条件 $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 的特解.

23. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$. (超纲, 去掉)

24. 求 $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中区域 $D = \{(x, y) | \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2\}$. (超纲, 去掉)

25. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} x^{2n-1}$ 的收敛域.

四. 综合题(本题有 3 个小题, 共 30 分, 其中第 1 题 14 分, 第 2 题 8 分, 第 3 题 8 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

26. 求函数 $y = \frac{x+1}{x^2}$ 的单调区间, 极值及其图形的凹凸区间. (本题 14 分)

27. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导, $f(0) = 0, f(1) = 1$, 且 $f(x)$ 不恒等于 x , 求证: 存在 $\xi \in (0,1)$ 使得 $f'(\xi) > 1$. (本题 8 分)

28. 设曲线 $y = -x^2 + x + 2$ 与 y 轴交于点 P , 过 P 点作该曲线的切线, 求切线与该曲线及 x 轴围成的区域绕 x 轴旋转生成的旋转体的体积. (本题 8 分)

2009 年浙江省普通高校“专升本”联考《高等数学（二）》试卷

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

考试说明：

- 1、考试时间为 150 分钟；
- 2、满分为 150 分；
- 3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；
- 4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一. 选择题（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求. 本题共有 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

| | |
|----|-----|
| 得分 | 阅卷人 |
| | |

1. 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 则函数 $f\left(x+\frac{1}{4}\right)+f\left(x-\frac{1}{4}\right)$ 的定义域是

()

- A. $[0,1]$ B. $\left[-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$ C. $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ D. $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$.

2. 下列极限存在的是

()

- A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sin x}$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{\frac{1}{x}}$
 C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$.

3. $\int d(1 - \cos x) =$

()

- A. $1 - \cos x$ B. $x - \sin x + c$
 C. $-\cos x + c$ D. $\sin x + c$.

4. 下列积分中不能直接使用牛顿-莱布尼兹公式的是

()

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cot x dx$ B. $\int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx$
 C. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$ D. $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$.

5. 下列级数中发散的是

()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right)$
 C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)$.

二.填空题(只须在横线上直接写出答案,不必写出计算过程, 本题共有 10 个小题, 每小题 4 分,共 40 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

6.若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k$ (k 为常数), 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} =$ _____.

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ a+x, & x > 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续

则 $a =$ _____.

8. 曲线 $y = \arctan x$ 在横坐标为 1 的点处的切线斜率为_____.

9. 设函数 $y = xe^x$, 则 $y''(0) =$ _____.

10. 函数 $y = \sin x - x$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最大值是 _____.

11. 若 2^x 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$ _____.

12. $\int \left(\sin \frac{\pi}{4} + 1 \right) dx =$ _____.

13. $\int_{-a}^a x [f(x) + f(-x)] dx =$ _____.

14. 设 $F(x) = \frac{x}{x-a} \int_a^x f(t) dt$, 其中 $f(t)$ 是连续函数, 则 $\lim_{x \rightarrow a^+} F(x) =$ _____.

15. 微分方程 $y' - y \cot x = 2x \sin x$ 的通解是_____.

三.计算题(本题共有 10 个小题, 每小题 6 分,共 60 分)

16. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$.

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

17. 设曲线 $y = f(x)$ 在原点与曲线 $y = \sin x$ 相切, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \sqrt{f\left(\frac{2}{n}\right)}$.

18. 设函数 $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 求 dy .

19. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{\arctan \frac{y}{x}}$ 确定的隐函数, 求 $\frac{dy}{dx}$.

20. 计算 $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$.

21. 设 $\begin{cases} x = \int_0^t \sin u^2 du \\ y = \cos t^2 \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

22. 计算 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$.

23. 设 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & -1 \leq x < 0 \\ x+1, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$, 求 $\Phi(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ 在 $[-1, 1]$ 上的表达式.

24. 求微分方程 $y' \tan x + y = -3$ 满足初值条件 $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 的特解.

25. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} x^{2n-1}$ 的收敛域.

四.综合题(本题有 3 个小题, 共 30 分, 其中第 1 题 14 分, 第 2 题 8 分, 第 3 题 8 分)

| 得分 | 阅卷人 |
|----|-----|
| | |

26. 求函数 $y = \frac{x+1}{x^2}$ 的单调区间, 极值及其图形的凹凸区间.
(本题 14 分)

27. 已知 $\int_0^x (x-t)f(t)dt = 1 - \cos x$, 证明: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 1$. (本题 8 分)

28. 设曲线 $y = -x^2 + x + 2$ 与 y 轴交于点 P , 过 P 点作该曲线的切线, 求切线与该曲线及 x 轴围成的区域绕 x 轴旋转生成的旋转体的体积. (本题 8 分)

浙江省 2010 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题(每个小题给出的选项中, 只有一项符合要求: 本题共有 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 下列函数相等的是 ()

A. $y = \frac{x^2}{x}, y = x$ B. $y = \sqrt{x^2}, y = x$

C. $y = x, y = (\sqrt{x})^2$ D. $y = |x|, y = \sqrt{x^2}$

2. 曲线 $y = \frac{e^x}{x}$ ()

- A. 仅有水平渐近线 B. 既有水平又有垂直渐近线
C. 仅有垂直渐近线 D. 既无水平又无垂直渐近线

3. 设区域 D 由直线 $x = a, x = b (b > a)$, 曲线 $y = f(x)$ 及曲线 $y = g(x)$ 所围成, 则区域 D 的面积为 ()

A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ B. $|\int_a^b [f(x) - g(x)] dx|$

C. $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx$ D. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

4. 若方程 $x = \ln \frac{z}{y}$ 确定二元隐函数 $z = f(x, y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ () (超纲, 划掉)

- A. 1 B. e^x C. ye^x D. y

5. 下列正项级数收敛的是 ()

A. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3n+1}$ B. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ C. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$ D. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^n \sqrt{n}}$

二、填空题（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，本题共有 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）

6. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $2x + a \sin x$ 与 x 是等价无穷小，则常数 a 等于_____.

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续，则 $a =$ _____.

8. 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为_____.

9. 设 $\int_0^x f(t)dt = x \sin x$ ，则 $f(x) =$ _____.

10. 设函数 $z = \ln(x^2 + y^2)$ ，则 $dz \Big|_{\substack{x=1 \\ y=1}} =$ _____ . (超纲,划掉)

11. 定积分 $\int_{-2}^2 (x-2)\sqrt{4-x^2} dx =$ _____.

12. 过点 $(-1,2,0)$ 并且与平面 $x + y + 2z = 3$ 垂直的直线方程为_____.

13. 二重积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 \frac{\sin y}{y} dy =$ _____ . (超纲,划掉)

14. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$ 的收敛半径 $R =$ _____.

15. 微分方程 $xy' - 2y = 0$ 的通解是_____.

三、计算题（本题共有 10 个小题，每小题 6 分，共 60 分）

16. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

17. 已知函数 $y = \ln \sin(1 - 2x)$ ，求 $\frac{dy}{dx}$.

18. 求不定积分 $\int x \arctan x dx$.

19. 函数 $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq 0, \\ x - 2, & x > 0, \end{cases}$ ，计算 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 的值.

20. 设函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^{-xy} + 2z - e^z = 2$ 所确定, 求 $dz \Big|_{\substack{x=2 \\ y=-\frac{1}{2}}}$. (超纲,划掉)

21. 设 D 是由直线 $x = 0, y = 1$ 及 $y = x$ 围成的区域, 计算 $I = \iint_D e^{-y^2} dx dy$. (超纲,划掉)

22. 设由参数方程 $\begin{cases} x = e^t, \\ y = t^2 + 2t, \end{cases}$ 所确定的函数为 $y = y(x)$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=1}$,

23. 求函数 $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2xy + 8x$ 的极值. (超纲,划掉)

24. 求微分方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$ 的通解.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数.

四、综合题（本题 3 个小题，共 30 分，其中第 1 题 12 分，第 2 题 12 分，第 3 题 6 分）

26. 设平面图形 D 是由曲线 $y = e^x$ ，直线 $y = e$ 及 y 轴所围成的，求：

- (1) 平面图形 D 的面积；
- (2) 平面图形 D 绕 y 轴旋转一周所成的旋转体的体积.

27. 欲围一个面积为 $150 m^2$ 的矩形场地. 所用材料的造价其正面是每平方米 6 元，其余三面是每平方米 3 元. 问场地的长、宽各为多少时，才能使所用的材料费最少. (超纲,划掉)

28. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续，在开区间 $(0,1)$ 内可导且 $f(0) = f(1) = 0$ ，

$f(\frac{1}{2}) = 1$ ，证明：存在 $\xi \in (0,1)$ 使 $f'(\xi) = 1$.

浙江省 2011 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题 (每个小题给出的选项中, 只有一项符合要求: 本题共有 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 函数 $f(x) = \arcsin(1-x) + \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ 的定义域为 ()
 A. $[0,1)$ B. $[0,2)$ C. $(-1,1)$ D. $(-1,2]$
2. 设 $f'(2x-1) = e^x$, 则 $f(x) =$ ()
 A. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$ B. $2e^{\frac{1}{2}(x+1)} + C$ C. $\frac{1}{2}e^{2x+1} + C$ D. $2e^{\frac{1}{2}(x-1)} + C$
3. 设 $f(x) = e^{-x}$, 则 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx =$ ()
 A. $e^{-x} + C$ B. $\frac{1}{x} + C$ C. $-e^{-x} + C$ D. $-\frac{1}{x} + C$
4. 设 $f(x)$ 连续, $F(x) = \int_0^{x^2} f(t^2) dt$, 则 $F'(x) =$ ()
 A. $f(x^4)$ B. $x^2 f(x^4)$ C. $2xf(x^4)$ D. $2xf(x^2)$
5. 下列级数中, 条件收敛的是 ()
 A. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3^n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$

二、填空题（只需在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，本题共有 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x[\ln(x+2) - \ln x] = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内处处连续，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $f(x)$ 与 $1 - \cos x$ 等价，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\ln(x^2 + y) = x^3 y + \sin x$ 确定，则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 过点 $(1, 2, -1)$ 与直线 $\begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 3t - 4 \\ z = t - 1 \end{cases}$ 垂直的平面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 计算不定积分 $\int \frac{dx}{x + x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{1 + \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知 $f(0) = 2, f(2) = 3, f'(2) = 4$ ，则 $\int_0^2 x f''(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知微分方程 $y' + ay = e^x$ 的一个特解为 $y = xe^x$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ 的和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题（本题共有 10 个小题，每小题 6 分，共 60 分）

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\tan x}}{x \tan^2 x}$.

17. 已知函数 $x = x(y)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t - \ln(1+t^2) \\ y = \arctan t \end{cases}$ 确定，求 $\frac{d^2x}{dy^2}$.

18. 已知函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{xy} + y \sin x = \cos 2x$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}$.

19. 已知 $y = \ln \sin(1-2x)$ ，求 $\frac{dy}{dx}$.

20. 计算不定积分 $\int \frac{xe^x}{(1+e^x)^2} dx$.

21. 计算定积分 $\int_0^1 \ln(x+1) dx$.

22. 求 $z = e^x \cos(x+y)$ 的全微分. (超纲,划掉)

23. 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, 其中 D 是由圆 $x^2 + y^2 = 3$ 所围成的闭区域. (超纲, 划掉)

24. 求微分方程 $y' - 2xy = xe^{-x^2}$ 的通解.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 展开成 $(x-3)$ 的幂级数, 并指出收敛区间.

四、综合题（本题3个小题，共30分，其中第1题12分，第2题12分，第3题6分）

26. 平面图形由抛物线 $y^2 = 2x$ 与该曲线在点 $(\frac{1}{2}, 1)$ 处的法线围成. 试求:

- (1) 该平面图形的面积;
- (2) 该平面绕 x 轴旋转一周形成的旋转体的体积.

27. 已知 $3f(x) - f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x}$, 求 $f(x)$ 的极值.

28. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上连续, 在开区间 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 2$. 证明:

在 $(0, 1)$ 内至少存在一点 ξ , 使得 $f'(\xi) = 2\xi + 1$ 成立.

浙江省 2012 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $f(x) = \frac{\sin(x+1)}{1+x^2}$, $-\infty < x < +\infty$, 则此函数是 ()

- A. 有界函数 B. 奇函数
C. 偶函数 D. 周期函数.

2. 若函数 $y = f(x)$ 满足 $f'(x_0) = 2$, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的微分 dy 是 ()

- A. 与 Δx 等价的无穷小 B. 与 Δx 同阶的无穷小
C. 比 Δx 低阶的无穷小 D. 比 Δx 高阶的无穷小

3. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = 1, f(2) = 3, f'(2) = 5$, $f''(x)$ 连续, 则 $\int_0^2 xf''(x)dx = ()$

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

4. 由曲线 $y = \sqrt{x}, y = 1, x = 4$ 所围成的平面图形的面积是 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

5. 已知二阶微分方程 $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x$, 则其特解形式为 ()

- A. $e^{-x}(a \cos x + b \sin x)$ B. $ae^{-x} \cos x + bxe^{-x} \sin x$
C. $xe^{-x}(a \cos x + b \sin x)$ D. $axe^{-x} \cos x + be^{-x} \sin x$

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\sqrt{x^2 + 2x + 5} - (x+1) \right] =$ _____.

7. 函数 $y = \sin \sqrt{x + \sqrt{1-x^2}}$ 的连续区间为 _____.

8. 已知 $f'(3) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-2h) - f(3)}{h} =$ _____.

9. 若函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = 1 + xe^y$ 所确定, 则 $y' =$ _____.

10. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx =$ _____.

11. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} (\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n})$ 用定积分表示为 _____.

12. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^{\sqrt{n}}}$ 的收敛区间是 _____.

13. 一阶线性微分方程 $y' + P(x)y = Q(x)$ 的通解为 _____.

14. 在 xOy 平面上与向量 $a = (4, -3, 7)$ 垂直的单位向量是 _____.

15. 平面 $2x + y - z - 1 = 0$ 与平面 $2x + y - z + 3 = 0$ 之间的距离等于 _____.

三、计算题：本题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

16. 设 $f(x) = \begin{cases} [\arctan(x^{-1})] \sin x + x^{-1} \ln(1+3x), & -\frac{1}{3} < x < 0, \\ a, & x \geq 0. \end{cases}$ 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，求 a 的值.

17. 设 $f(x) = \begin{cases} 1 - e^{2x}, & x \leq 0, \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$ 求 $f'(x)$.

18. 求函数 $y = \frac{3}{x^2 - 2x + 4}$ 图形的拐点与凹凸区间.

19. 讨论方程 $x^2 = x \sin x + \cos x$ 的根的个数.

20. 求 $\int x^2 \ln x dx$.

21. 计算 $\int_{-1}^4 x \sqrt{|x|} dx$.

22. 计算瑕积分 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)^3}}$.

23. 将函数 $f(x) = \ln(1-x-2x^2)$ 展开成 x 的幂级数, 并指出其收敛域.

四、综合题： 本大题共 3 小题， 每小题 10 分， 共 30 分。

24. 已知 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^n + x^n)}{n}$ ($x > 0$), 求 $f(x)$.

25. 设 $a > b > e$, 证明: $a^b < b^a$.

26. 若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上是连续的.

(1) 证明 $\int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx$;

(2) 计算 $\int_0^\pi \frac{x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$.

浙江省 2013 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $f(x) = \sin(\cos 2^x)$, $x \in \mathbf{R}$, 则此函数是()
A. 有界函数 B. 奇函数 C. 偶函数 D. 周期函数
2. 若函数 $y = f(x)$ 是区间 $[1, 5]$ 上的连续函数, 则该函数一定()
A. 在区间 $[1, 5]$ 上可积 B. 在区间 $(1, 5)$ 上有最小值
C. 在区间 $(1, 5)$ 上可导 D. 在区间 $(1, 5)$ 上有最大值
3. $\int_0^{\pi} x \cos x dx = ()$
A. 0 B. 1 C. -1 D. -2
4. 由曲线 $y = \sqrt{x}$, $y = x$ 所围成的平面图形的面积是()
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$
5. 二阶微分方程 $y'' + y' - 6y = 3e^{2x} \sin x \cos x$, 则其特解的形式为()
A. $e^{2x}(a \cos x + b \sin x)$ B. $e^{2x}(a \cos 2x + b \sin 2x)$
C. $xe^{2x}(a \cos x + b \sin x)$ D. $xe^{2x}(a \cos 2x + b \sin 2x)$

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln \sin(x^2) =$ _____

7. 函数 $y = \sqrt{\sin x}$ 的定义域是 _____

8. 已知 $f'(1) = 1$, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1-\Delta x) - f(1+\Delta x)}{\Delta x} =$ _____

9. 若函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = 1 + xe^{\sin y}$ 确定, 则 $y' =$ _____

10. $\int \frac{dx}{x \ln x} =$ _____

11. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (\sin \frac{1}{n} + 2 \sin \frac{2}{n} + \dots + n \sin 1)$ 用定积分表示 _____

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n}$ 的收敛区间是 _____

13. 求常微分方程 $y' + P(x)y = Q(x)y^2$ 的通解 _____ (超纲,划掉)

14. 求法向量是 $a = (1, -3, 2)$ 且过点 $(1, 0, 1)$ 的平面方程 _____

15. 球面 $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ 与平面 $2x + y - z + 26 = 0$ 之间的距离是 _____

三、计算题：本题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

$$16. \text{设 } f(x) = \begin{cases} \frac{e^x \sin x - ax(1+x)}{\sin^3 x}, & -\pi < x < 0 \\ \frac{1}{3}, & x \geq 0 \end{cases}, \text{ 若 } f(x) \text{ 连续, 求 } a \text{ 的值}$$

$$17. \text{已知 } f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, \text{ 求 } f'(x)$$

$$18. \text{求 } y = \frac{e^{2x}}{x} \text{ 的单调区间和凹凸区间}$$

$$19. \text{讨论方程 } 3x^2 - 1 = \cos x \text{ 有几个根}$$

20. 求 $\int x \sin 2x dx$

21. $\int_0^1 \frac{2 \ln(1+x)}{1+x} dx$

22. 计算瑕积分 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}$

23. 把函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 6}$ 展开成 x 的幂级数，并求收敛域

四、综合题： 本大题共 3 小题， 每小题 10 分， 共 30 分。

24. 证明： $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上的连续函数， 则 $\int_{-a}^a f(x)dx = \begin{cases} 2\int_0^a f(t)dt, & \text{若 } f(x) \text{ 是偶函数} \\ 0, & \text{若 } f(x) \text{ 为奇函数} \end{cases}$

25. 设 $f(t)$ 是实的非负可积函数, 若可积函数 $x(t)$ 满足 $x(t) \leq \int_0^t f(s)x(s)ds$, 则证明: $x(t) \leq 0$.

26. 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域中有连续的一阶导数 $f'(0)=0, f''(0)$ 存在,

证明: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(\sin x)}{x^4} = \frac{1}{6} f''(0)$.

二、 填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

6. 设 $f(x)$ 在 R 上连续, $f(2) = 3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} f\left(\frac{\sin 2x}{x}\right) =$ _____

7. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$, 求 $[f(x)] =$ _____

8. 函数 $y = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$ ($x > 0$) 的渐近线是 _____

9. $y = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, 则 $y'(0) =$ _____

10. $y = \frac{1}{1+x^2}$ ($x > 0$) 的拐点是 _____

11. 由曲线 $y = \sqrt{x}$, $y = x$ 所围成的平面图形的面积是 _____

12. 将函数 $f(x) = \sin^2 x$ 展开成 x 的幂级数 _____

13. 已知向量 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 1$, 则 $[(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{c})] \cdot \vec{c}$ 的值为 _____ (超纲, 划掉)

14. 微分方程 $(1+x)ydy + (1-y)xdx = 0$ 的通解是 _____

15. 已知 $y'' + ay' + by = 0$ 的通解为 $c_1 e^x + c_2 e^{2x}$, 则 $y'' + ay' + by = 1$

满足 $y(0) = 2, y'(0) = -1$ 的解是 _____

三、计算题：本题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin^2 x + e^x) - x}{\ln(x^2 + e^{2x}) - 2x}$$

$$17. \text{函数 } f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x-1}}}, \text{ 求间断点及其分类}$$

$$18. \text{设 } y = y(x) \text{ 由参数方程 } \begin{cases} x = t - \ln(1+t) \\ y = t^2 + t \end{cases} \text{ 所确定, 求 } \frac{d^2 y}{dx^2}$$

19. 试在曲线 $y = x^2 - x$ 上求一点 p 的坐标，使得 P 点到定点 A(0, 1) 的最近距离

20. 求 $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \sin^2 \sqrt{x}}$

21. $f'(\sin^2 x) = \cos 2x - \tan^2 x$, 求 $f(x)$

22. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n^\alpha}$, 判断其收敛性

23. 求过点 A (1, 1, 1) 且与直线 $\begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = 3z - 2 \end{cases}$ 垂直的平面方程

四、综合题： 本大题共 3 小题， 每小题 10 分， 共 30 分。

24. 已知函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} + ax^2 + bx}{x^{2n} + 1}$ 为连续函数, 求 a, b 的值

25 设 $f(x)$ 有二阶导数, 且 $f''(x) > 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 证明当 $x > 0$ 时, $f(x) > x$

26. 若 $\int_x^{2 \ln 2} \frac{dt}{\sqrt{e^t - 1}} = \frac{\pi}{6}$, 求 x 的值

浙江省 2015 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 当 $x \rightarrow X_0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小, 则当 $x \rightarrow X_0$ 时, $f(x)-g(x)$ 是 $g(x)$ 的 ()

- A. 等价无穷小 B. 同阶无穷小
C. 高阶无穷小 D. 低阶无穷小

2. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x)-f(a-x)}{x}$ 等于 ()

- A. $f'(a)$ B. $2f'(a)$ C. 0 D. $f'(2a)$

3. 设可导函数 $F(x)$ 满足 $F'(x)=f(x)$, 且 C 为任意常数, 则 ()

A. $\int F'(x)dx = f(x) + C$ B. $\int f(x)dx = F(x) + C$

C. $\int F(x)dx = F(x) + C$ D. $\int f'(x)dx = F(x) + C$

4. 设直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+3}{-2}$ 与 $L_2: \begin{cases} x-z=1 \\ y+2z=3 \end{cases}$, 则 L_1 与 L_2 的夹角是 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

5 在下列级数中, 发散的是 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln(n+1)}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n-1}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$

二、 填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

6. 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n[\ln(n-1) - \ln n] =$ _____

7. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} + ax + b \right) = 2$, 则 a 和 b 的值为 _____

8. 函数 $F(x) = \int_1^x \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) dt (x > 0)$ 的单调减区间是 _____

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}, & -2 < x < 0 \\ a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则必有 $a =$ _____

10. 设 $y = \ln(1+2^{-x})$, 则 $dy =$ _____

11. 若 $f'(x) = |x|$, 且 $f(-2) = 1$, 则 $f(x) =$ _____

12. $\int \frac{1}{1+e^x} dx =$ _____

13. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ 的和为 _____

14. 函数 $\ln x$ 在 $x=1$ 处的幂级数展开式为 _____

15. 直线 $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-2} = z$ 与平面 $x+2y+2z=5$ 的交点坐标是 _____

三、计算题：本题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

16. 设 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$ ($x \neq 0$), 求 $f(x)$

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right)$

18. 设 $y = \cos[f(x^2)]$, 其中 f 具有二阶导数, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

19. 已知曲线 $y = x^2 + ax + b$ 与 $2y = xy^3 - 1$ 在点 $(1, -1)$ 处有公切线,
求 a, b 的值

20. 讨论方程 $\ln x = ax$ ($a > 0$) 有几个实根

21. 求 $\int \frac{1 + x + x^2}{x + x^3} dx$

22. 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| dx$

23. 求曲线 $(x - b)^2 + y^2 = a^2$ ($b > a > 0$) 所围成的平面图形绕 y 轴
旋转一周所得的旋转体体积

四、综合题： 本大题共 3 小题， 每小题 10 分， 共 30 分。

24. 已知函数 $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ ， 求

- (1). 函数的单调区间及极值；
- (2). 函数图形的凹凸区间及拐点；
- (3). 函数图形的渐近线。

25. 已知 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ ， 计算

(1). $S_0 = \int_0^2 f(x) e^{-x} dx$

(2). $S_0 = \int_{2n}^{2n+2} f(x - 2n) e^{-x} dx$

26. 设 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$ 为连续函数， 试求 $f(x)$

浙江省 2016 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题:本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $f(x) = [x] - x$, 则 $f(x)$ 为 ()。

- A. 有界函数 B. 偶函数 C. 奇函数 D. 无界函数

2. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f'(x_0) = 0$, $x_0 \in (a, b)$, 则

- A. $f(x_0)$ 为函数的极值
 B. $f'(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续
 C. $f(x)$ 为 $x = x_0$ 处可微
 D. $(x_0, f(x_0))$ 为函数的拐点

3 设 $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f(0) = 1$, 则 $\int_0^1 xf''(x) dx =$

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

4. 若实数 $0 < b < a$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^n + b^n}$ 的收敛半径为

- A. a B. b C. a+b D. b-a

5. 微分方程 $y'' + y' + y = x \sin x$, 则其特解形式为

- A. $x(a \sin x + b \cos x)$ B. $x[(ax + b) \sin x + (cx + d) \cos x]$

- C. $(ax + b) \sin x + (cx + d) \cos x$ D. $(ax + b)(c \sin x + d \cos x)$

二. 填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} =$ _____

7. 函数 $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ 的定义域为 _____

8. 若 $f'(1) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 - 2h) - f(1)}{h} =$ _____ .

9. 若 $y = y(x)$ 为方程 $\sin y + xe^y + 2x = 0$ 所确定的隐函数, 则 $dy =$ _____

10. $\int x \ln x dx =$ _____

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n} \right) =$ _____

12. 由 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) 与 x 轴所围的平面图形的面积为 _____

13. $y'' + 3y' + 2y = 0$ 的通解为 _____

14. 设 $\vec{a} = (-1, -3, 6)$, $\vec{b} = (4, -3, 0)$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____

15. 与平面 $2x + y - z + 3 = 0$ 距离为 $\sqrt{6}$ 的平面方程为 _____

三、计算题：本题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

16. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1 - x - ax^2}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 且 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 求 a

17. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2x+1}, & x \leq 0 \\ \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$

18. 求函数 $f(x) = \frac{-7x+6}{-x^2+3x-2}$ 的拐点与凹凸区间

19. 求 $x^2 y'' + 3xy' + y = 0$ 的通解 (超纲,划掉)

20. 计算 $\int x \cos 2x dx$

21. 计算 $\int_3^5 \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$

22. 计算定积分 $\int_{-1}^1 |x| \sqrt{1 - x^2} dx$

23. 将 $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ 展开成 x 的幂级数，并指出其收敛域

四、综合题： 本大题共 3 小题， 每小题 10 分， 共 30 分。

24. 已知 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$, 求 $f(x)$

25. 证明：当 $x > 0$ 时， $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$

26. 设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上可微， 且有 $f(0) = \int_1^2 f(x) dx$, 求证：

存在一点 $\xi \in [0, 2]$, 使得 $f'(\xi) = 0$

浙江省 2017 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

选择题部分

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

1. 已知函数 $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$, $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ()
 A、可去间断点 B、连续点 C、跳跃间断点 D、第二类间断点
2. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续，下列正确的是 ()
 A、必存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$
 B、必存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(a) - f(b) = f'(\xi)(b-a)$
 C、必存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) = 0$
 D、必存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = 0$
3. 下列选项正确的是 ()
 A、 $\int f'(x)dx = f(x)$
 B、 $\int df(x) = f(x)$
 C、 $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$
 D、 $d \int f(x)dx = f(x)$
4. 下列哪个是发散的 ()
 A、 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ B、 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ C、 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ D、 $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$
5. 微分方程 $y'' - 3y' + 2y = e^x \sin x$ 的特解是 ()
 A、 $ae^x \sin x$
 C、 $xe^{ax} \sin x$
 B、 $xe^x(a \cos x + b \sin x)$
 D、 $e^x(a \cos x + b \sin x)$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

6、已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0,1)$ ，则 $f(2^x)$ 的定义域为_____。

7、已知 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{1}{x}} = 2$ ，则 $k =$ _____。

8、若 $f(x) = \ln(1+x^2)$ ，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3) - f(3-h)}{h} =$ _____。

9、已知 $y = y(x)$ 由 $e^y + xy - e = 0$ 所确定，则 $dy|_{x=0} =$ _____。

10、方程 $x^5 + 2x - 5 = 0$ 的正根的个数为_____。

11、已知 $y = x^{\frac{1}{x}}$ ，则 $y' =$ _____。

12、求 $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x \cdot \cos x dx =$ _____。

13、求 $\frac{d}{dx} \int_0^x t f(t^2) dt =$ _____。

14、设在区间 $[a, b]$ 上， $f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0$ ， $S_1 = \int_a^b f(x) dx, S_2 = f(b)(b-a)$ ，

$S_3 = \frac{1}{2} [f(a) + f(b)] \cdot (b-a)$ ，则 S_1, S_2, S_3 的大小顺序为_____。

15、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x = -3$ 处条件收敛，则级数的收敛半径 $R =$ _____。

三、计算题（本大题共 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分）

16、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^3)}{x - \sin x}$

17、已知参数方程 $\begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t + t^2 \end{cases}$ ，则 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$

18、求 $\int \arcsin x dx$

19、已知 $f(x) = \begin{cases} 1+x^2, & x \leq 0 \\ e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$ 求 $\int_1^3 f(x-2) dx$

20、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ ，当 a, b 取何值时，函数在 $x = 1$ 处连续且可导。

21、求 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛区间，并求和函数。

22、求过点 $(1, 2, 1)$ 且与直线 $l_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-3}$, $l_2: \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ 平行的平面方程。

23、讨论 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 单调区间、极值、凹凸区间、渐近线

四、综合题（本大题共 3 大题，每小题 10 分，共 30 分）

24、设 D_1 是由抛物线 $y = 2x^2$ 和直线 $x = a, x = 2$ 及 $y = 0$ 所围成的平面区域， D_2 是由抛物线 $y = 2x^2$ 和直线 $x = a, y = 0$ 所围成的平面区域， $0 < a < 2$ 。

(1) 求 D_1 绕 x 轴的体积 V_1 ， D_2 绕 y 轴的体积 V_2

(2) 求 a 的值，使得 $V_1 + V_2$ 取得最大值，并求最大值

25、设曲线 $y = f(x)$ 过点 $(1,1)$ 的切线在纵轴截距等于切点横坐标，求曲线方程。

26、设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上可导，且 $f(1) = 0$ ，证明存在 $\xi \in (0,1)$ 使 $\xi f'(\xi) + f(\xi) = 0$

浙江省 2018 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学 选择题部分

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

1、已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ()

- A、可去间断点 B、连续点 C、跳跃间断点 D、第二类间断点

2、当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin x - x \cos x$ 是 x^2 的 () 无穷小

- A、高阶 B、低阶 C、同阶 D、等价

3、设 $f(x)$ 二阶可导, 在 $x = x_0$ 处 $f''(x_0) < 0$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{x - x_0} = 0$, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处 ()

- A、取得极小值
B、取得极大值
C、不是极值
D、 $(x_0, f(x_0))$ 是拐点

4、已知 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则下列说法不正确的是 ()

A. 已知 $\int_a^b f^2(x) dx = 0$, 则在 $[a, b]$ 上, $f(x) = 0$

B. $\frac{d}{dx} \int_x^{2x} f(t) dt = f(2x) - f(x)$, 其中 $x, 2x \in [a, b]$

C. $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则 (a, b) 内有 ξ , 使得 $f(\xi) = 0$

D. $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有最大值 M 和最小值 m , 则 $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

5、下列级数中, 绝对收敛的是 ()

A、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+1}}$

B、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$

C、 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n}{\sqrt{n^3+9}}$

D、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

- 6、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + a \sin x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7、设 $f(x)$ 可导，并且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3) - f(3 - 2x)}{\sin x} = 3$ ，则 $f'(3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8、若常数 a, b 使得 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cos x - b)}{e^{2x} - a} = 5$ ，则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9、已知参数方程 $\begin{cases} x = t - \arctan t \\ y = \ln(1 + t) \end{cases}$ ，则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10、设 $y = y(x)$ 是方程 $x^2 - y^2 - 1 = 0$ 确定的隐函数，则 $\frac{d^2 y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 11、求 $y = \frac{x}{1+x^2}$ 的单增区间 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 12、求已知 $\int f(x) dx = e^{x^2} + C$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n} \cdot f\left(\frac{k}{n}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 13、 $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 14、由 $y = x^2, y = 1, x = 2$ 围成的图形面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 15、常系数齐次线性微分方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

考试题目

三、计算题（本大题共 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分）

16、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1 + \sin x)}$

17、设 $y(x) = (1 + \sin x)^x$, 求 $y(x)$ 在 $x = \pi$ 处的微分

18、求 $\int_0^{5\pi} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx$

19、求 $\int \arctan \sqrt{x} dx$

考试题目

20、 $\int_{-1}^1 \left(\frac{x}{\sqrt{5-4x}} + \frac{x \cos x}{1+x^4} \right) dx$

21、已知 $f(x) = \begin{cases} 2x+b, & x < 0 \\ \ln(1+ax), & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 求 a, b 。

22、求过点 $A(-1, 2, 1)$ 且平行于 $2x-3y+z-7=0$ 又与直线: $\begin{cases} x=t-1 \\ y=t+3 \\ z=2t \end{cases}$ 相交的直线方程。

23、讨论 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ 极值和拐点

四、综合题（本大题共 3 大题，每小题 10 分，共 30 分）

24、利用 $\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$,

- (1) 将函数 $\ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数, 并指出其收敛域;
- (2) 将函数 $\ln(3+x)$ 展开成 $x-2$ 的幂级数, 并指出其收敛域.

25、 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上导函数连续, $f(x) > 0$, 已知曲线 $f(x)$ 与直线 $x=1, x=t(t > 1)$ 及 x 轴所围成的曲边梯形绕 x 轴旋转一周所围成的旋转体体积是该曲边梯形的 πt 倍, 求 $f(x)$

26、 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续且 (a, b) 二阶可导, 过两点 $(a, f(a))$ 和 $(b, f(b))$ 的直线与曲线交于 $(c, f(c)) (a < c < b)$, 证明:

- (1). 在 (a, b) 内存在两点 ξ_1, ξ_2 , 使得 $f'(\xi_1) = f'(\xi_2)$
- (2). 在 (a, b) 存在一点 ξ , 使得 $f''(\xi) = 0$.

浙江省 2019 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

高等数学

选择题部分

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

一、选择题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

1. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ，则说法不正确的是 ()

A. 对于正数 2，一定存在正整数 N ，使得当 $n > N$ 时，都有 $|x_n - a| < 2$

B. 对任意给定的无论多么小的正数 ε ，存在整数 N ，使得当 $n > N$ 时，不等式 $|x_n - a| < \varepsilon$ 成立

C. 对于任意给定的 a 的邻域 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ ，总存在正整数 N ，使得当 $n > N$ 时，所有的点 x_n 都落在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 内，而只有有限个(至多只有 N 个)在这个区间外

D. 可以存在某个小的正数 ε_0 ，使得有无穷多个点 ε_0 落在区间 $(a - \varepsilon_0, a + \varepsilon_0)$ 外

2. 设在点 x_0 的某邻域内有定义，则在点 x_0 处可导的一个充分必要条件是 ()

A. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0)}{h}$ 存在

B. $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$ 存在

C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$ 存在

D. $\lim_{h \rightarrow +\infty} h[f(x_0 + \frac{1}{h}) - f(x_0)]$ 存在

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} [\sqrt{1 + \sin \frac{\pi}{n}} + \sqrt{1 + \sin \frac{2\pi}{n}} + \dots + \sqrt{1 + \sin \frac{n\pi}{n}}]$ 等于 ()

A. $\int_0^1 \sqrt{\sin \pi x} dx$

B. $\int_0^1 \sqrt{1 + \sin \pi x} dx$

C. $\int_0^1 \sqrt{1 + \sin x} dx$

D. $\pi \int_0^1 \sqrt{1 + \sin x} dx$

4. 下列级数或广义积分发散的是 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n+100}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos^2 n$

C. $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$

5. 微分方程 $y'' - 4y' + 4y = 0$ 的通解为 ()

A. $y(x) = c_1 x + c_2 e^{-2x}$

B. $y(x) = (c_1 + c_2 x) e^{-2x}$

C. $y(x) = (c_1 + c_2 x) e^{2x}$

D. $y(x) = (c_1 + c_2 x) x e^{-2x}$

考试题目

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

6. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \sin \frac{1}{n})^n = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 设一堆雪的高度 h 与时间 t 的关系为 $h(t) = 100 - t^2$ ，则高度在时刻 $t = 5$ 时的变化率为 $\underline{\hspace{2cm}}$

8. 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\ln(1 + x^3)} (a - e^x)$ 存在且不等于 0

9. 设 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t \end{cases}$ ，则 $\frac{d^2 y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 设 $g(x) = \int_0^x \sin t^2 dt$ ，且当 $x \rightarrow 0$ 时， $g(x)$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$

11. 定积分 $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} - xy = 0$ 确定，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

13. 曲线 $y(x) = x^3 + 3x^2$ 的拐点是 $\underline{\hspace{2cm}}$

14. 由曲线 $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 2$ 及 x 轴所围成的梯形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 设 $y = 3^{2x}$ ，则 $y^{(n)} = \underline{\hspace{2cm}}$

考试题目

三、计算题(本大题共 8 小题, 其中 16-19 小题每小题 7 分, 20-23 小题每小题 8 分, 共 60 分)

16. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$

17. 设 $y(x) = \ln(2 + \cos \pi x) + x^x$, 求 $y(x)$ 在 $x = 1$ 处的微分

18. 求不定积分 $\int \sin \sqrt{x} dx$

19. 设 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ x, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$, 求 $p(x) = \int_0^x f(t) dt$ 在 $[0, \pi]$ 上的表达式

考试题目

20. 一物体由静止以速度 $v(t) = \frac{3t}{\sqrt{t+1}}$ (米/秒) 作直线运动, 其中 t 表示运动的时间, 求物体运

动到 8 秒时离开出发点的距离

21. 问是否存在常数 a 使得函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \leq 0 \\ 1 - e^{ax}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导? 若存在求出常数 a , 若不

存在, 请说明原因

22. 求过 $A(1,0,2)$ 且与两平面 $\pi_1: x - y + z + 1 = 0, \pi_2: x - z = 0$ 都平行的直线的方程

23. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^{n-1}$ 的收敛区间及和函数, 并计算级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

四、综合题（本大题共 3 大题，每小题 10 分，共 30 分）

24. 设 $y = f(x)$ 是第一象限内连续点 $M(0, 4), N(2, 0)$ 的第一段连续曲线, $P(x, y)$ 为该曲线上任意一点, 点 B 为 P 在 x 轴上的投影, O 为坐标原点, 若梯形 $OBPM$ 的面积与曲边三角形 BPN 的面积之和等于另一个曲线 $y = \frac{x^4}{24} + \frac{x}{3}$ 在点 $\left(x, \frac{x^4}{24} + \frac{x}{3}\right)$ 处的切线斜率, 求该曲线 $y = f(x)$ 的方程 (注: 曲边三角形 BPN 是指由直线段 BP, x 轴以及曲线段 PN 所围成的封闭图形)

25. 假设某公司生产某产品 x 千件的总成本为 $c(x) = 2x^3 - 12x^2 + 30x + 21$ (万元), 售出该产品 x 千件的收入 $r(x) = 60x$ (万元), 为了使公司取得最大利润, 问公司应该生产多少千件产品?

(注: 利润等于收入减去总成本)

26. 设 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有二阶连续导数, 且 $f(0) = 0$

(1) 写出 $f(x)$ 的带拉格朗日型余项的一阶麦克劳林公式

(2) 设 M, m 分别为 $f''(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值与最小值, 证明: $\frac{m}{3} \leq \int_{-1}^1 f(x) dx \leq \frac{M}{3}$

(3) 证明: 在 $[-1, 1]$ 上至少存在一点 η 使得 $f''(\eta) = 3 \int_{-1}^1 f(x) dx$