

浙江省 2020 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后, 用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(2+x), & -2 < x < 0 \\ \sqrt{2+x}, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的

- (A) 连续点 (B) 可去间断点 (C) 跳跃间断点 (D) 第二类间断点

2. 已知 $f(x+3) = x^3 + 8$, 则 $f'(x)$ 为

- (A) $3x^2$ (B) $3(x-3)^2$ (C) $3(x+3)^2$ (D) $3x^2 + 6x$

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt[3]{1+ax^2} - 1$ 与 $\tan^2 x$ 是等价无穷小, 则 a 的值为

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

4. 下列结论不正确的是

(A) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且在这区间的端点取不同的函数值 $f(a) = A$ 及 $f(b) = B$,

则对于 A 与 B 之间的任意一个数 C , 在开区间 (a, b) 内至少有一点 ξ , 使得 $f(\xi) = C$ ($a < \xi < b$)

(B) 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 在开区间 (a, b) 内可导, 那么在 (a, b) 内至少有一点

ξ ($a < \xi < b$), 使等式 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ 成立

(C) 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 那么在 $[a, b]$ 内至少有一点 ξ , 使等式

$\int_a^b f(x) dx = f'(\xi)(b - a)$ ($a \leq \xi \leq b$) 成立

(D) 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 那么 $f(x)$ 在 (a, b) 内一定能取得它的最大值和最小值

5. 若 $y(x) = e^{3x} \cos x$ 为微分方程 $y'' + py' + qy = 0$ 的解, 则常数 p, q 和的值为

- (A) $p = -6, q = 10$ (B) $p = -6, q = -10$ (C) $p = 6, q = -10$ (D) $p = 6, q = 10$

非选择题部分

注意事项:

1. 用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。
2. 在答题纸上作图, 可先使用 2B 铅笔, 确定后必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{2x} =$ _____

7. 设函数 $f(x)$ 在 $x=5$ 处可导, 并且极限 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{(x-5)^3} = 3$, 则 $f'(5) =$ _____

8. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x}{3 + \ln(1+x)} =$ _____

9. 设 $\begin{cases} x = 2t + \cos t \\ y = \ln(3+t^2) \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____

10. 函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ 闭区间 $[0, 3]$ 上的最大值为 _____

11. 定积分 $\int_0^1 x e^{x^2-1} dx =$ _____

12. 设 $y = y(x)$ 是 $2x + 3y + \sin(xy) = 0$ 确定的隐函数, 则 $dy =$

13. 设函数 $f(x)$ 连续, 则 $\frac{d}{dx} \int_1^{x^2} e^t f(t) dt =$ _____

14. 由曲线 $y = \sqrt{2x}$ 及直线 $y = \frac{x}{2}$ 所围成的封闭平面图形面积等于 _____.

15. 计算广义积分 $\int_8^{+\infty} \frac{1}{(x-7)^2} dx =$

三、计算题：本大题共 8 小题，其中 16 至 19 小题每小题 7 分，20 至 23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算

题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

16. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{1 + \cos x} \tan x^2}$

17. 求函数 $f(x) = e^{3x} \sin 2x$ 在 $x=0$ 处的二阶导数 $f''(0)$

18. 计算不定积分 $\int \frac{x}{\sqrt{x+6}} dx$

19. 设 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + 3, & x \leq 0 \\ e^x - 2x + b, & x > 0 \end{cases}$ ，确定常数 a, b ，使得 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导

20. 求定积分 $\int_{-\pi^2}^{\pi^2} \left(\cos \sqrt{|x|} + \frac{\sin x}{1+x^4} \right) dx$

21. 求过点 $M_0(1, 2, 3)$ 且平行于平面 $2x + 3y - z + 1 = 0$ ，又与直线 $L: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$ 垂直的直线方程。

22. 求微分方程 $y' - \frac{1}{x+3}y = \frac{1}{x+2}$ 的通解

23. 确定函数 $y = x^2 \left(\ln x - \frac{3}{2} \right)$ 的单调区间，并求该函数图形的拐点及凹凸区间。

四、综合题：本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分。

24. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \frac{1}{5^n} x^{n+1}$ 的收敛半径、和函数以及 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \frac{1}{10^n}$ 的值。

25. 设 D 是由曲线 $y = e^x - 1$ 和直线 $x = b (b > 0)$, $y = 0$ 所围成的第一象限内的封闭平面区域，记 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体体积为 V_1 ， D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积为 V_2 ，求 $\lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{V_2}{V_1}$ 。

26. 设 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 2]$ 上二阶可导，且 $f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = -1$ ，证明：至少存在一点 $\xi \in (0, 2)$ ，使得 $f'(\xi) + 2\xi f'(\xi) + \xi f''(\xi) = 0$ 。